EJERCICIOS GEOMETRÍA MÉTRICA

1. Halla la distancia entre los puntos:

A(1,3, 5) y B(2, -1,0)

2. Determina el conjunto de puntos que están a la misma distancia de los puntos P(-1, 2, 5) y Q(-3, 4,1). ¿Qué figura geométrica forman?

¿A qué distancia se encuentra el punto *P* de la figura geométrica?

3. Halla la distancia desde el punto P(0,0,7) al plano que pasa por los puntos O(0, 0, 0), A(0, 2, 4) y B(4, 0, 2).

4. Obtén las coordenadas del punto del plano de ecuación x - z = 3 que está más cerca del punto P(3, 1, 4), así como la distancia entre el punto P y el plano dado.

5. Halla la distancia del punto P(1, *2,* 3) a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = t \\ y = 6 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

, determinando el punto de la recta que está a menos distancia de P.

6. Considera un cuadrado cuyo centro es el punto C(1,1, -1) y tiene uno de sus lados sobre la recta: $r: \frac{x-2}{1} = y - 1 = \frac{z-1}{0}$

a) Calcula la ecuación del plano en el que se encuentra el cuadrado.

b) Calcula la longitud del lado del cuadrado.

7. Halla todos los puntos de la recta:

$$r: \frac{x+2}{-2} = \frac{y-1}{2} = 3 - z$$

que equidistan del punto P(2, 3, -1) y del plano π : -2x + *y* + 2z + 7 = 0.

Halla también el ángulo que forman la recta y el plano.

8. Halla la ecuación de la recta *s* que pasa: punto P(1, 2, 3) y es paralela a la recta:

$$r: \begin{cases} 2x + 3y - z = -1 \\ x - y + 3z = 4 \end{cases}$$

Determina la distancia entre ry s.

9. Considera la recta $r: \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$

a) De todos los planos que se pueden representar por una ecuación de la forma

5x + *my - 2z +1=0*

prueba que hay uno solamente que es paralelo a r.

b) Comprueba si el plano π obtenido contiene o no a la recta r y, en caso negativo, determina el plano π1 que es paralelo a π y contiene a r, así como la distancia entre r y π.

c) Obtén la ecuación de la recta contenida en π1 que sea perpendicular a *r.* ¿Cuántas hay?

10. Halla la distancia existente entre los planos: π1: x + y+z=1 y π2: x + y + z = 0

11. Halla la distancia entre las rectas:

$r\equiv(x,y,z)=(-1,1,0)+\lambda(1,1,1)$ y

$s\equiv\left\{\begin{matrix} 2x-y=0 \\ 3y-2z=0 \end{matrix}\right\}$

12. Estudia la posición relativa de las rectas:

$r:\dfrac{x+1}{-2}=y=\dfrac{z-1}{2}$ y $s\equiv\left\{\begin{matrix} x+y+1=0 \\ z=0 \end{matrix}\right\}$ y calcula el ángulo que forman.

13. Encuentra la ecuación del plano que contiene a la recta r del ejercicio anterior y es perpendicular al plano OXY.

14. Considera el punto P(-1, 2, 1).

a) Determina un punto Q del plano

π: -3x + y + z + 5 = O de forma que el vector $\vec{PQ}$ sea perpendicular al plano π.

b) Determina un punto *M* de la recta:

$r:\dfrac{x-2}{-1}=y+1=\dfrac{z-10}{-1}$ de forma que el vector $\vec{MP}$ sea paralelo al plano π.

c) Calcula el área del triángulo *MPQ*.

15. Halla el punto Q simétrico de *P(2,* O, 1) respecto de la recta *r* que pasa por el punto *A(0, 3, 2)* y es paralela a la recta s de ecuaciones: $s\equiv\left\{\begin{matrix} x+2y=0 \\ z=0 \end{matrix}\right\}$

16. Halla el punto simétrico de *A(-1,* 3, 3) respecto del plano de ecuación general

x + y - 2z = 5.

17. Los puntos P(0, 1, 0) y Q(-1, 1, 1) son dos vértices de un triángulo y el tercero S pertenece a la recta $r:\left\{\begin{matrix} x=4 \\ z=1 \end{matrix}\right\}$ Además, se sabe que la recta que contiene a P y a S es perpendicular a la recta *r.*

a) Determina las coordenadas de S.

b) Calcula el área del triángulo *PQS.*

18. Sean los puntos P(5, 1, 3) y Q(3, 7, -1). Por el punto medio del segmento PQ trazamos el plano π perpendicular a dicho segmento. Este plano corta a los ejes coordenados en los puntos *A, B* y C.

a) Halla la ecuación del plano π.

b) Calcula el volumen del tetraedro de vértices *O, A, B* y C, siendo O el origen de coordenadas.

19. Considera el paralelepípedo de bases *ABCD* y *EFGH,* siendo , A= (1, 1, 1), B= (2, 1,1), C=(2, 4, 1) y E= (1, 2, 7). Halla el área de una de sus bases, el volumen del paralelepípedo y la distancia entre las bases.